

第4讲 二次函数的实际应用

一、面积问题

面积最大值问题，一般先应用几何图形的面积公式，写出图形的面积与边长之间的关系，列出方程，按照二次函数求最大值的方法，结合二次函数性质和自变量的取值范围确定最大面积。

【注意】自变量的取值范围

【备注】面积问题这部分与一元二次方程面积问题比较类似。解决这类问题关键是将不规则图形分割组合成规则图形，找出各部分面积的关系。

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2}ah, S_{\text{矩形}} = ab, S_{\text{正方形}} = a^2, S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2} \text{对角线乘积}$$

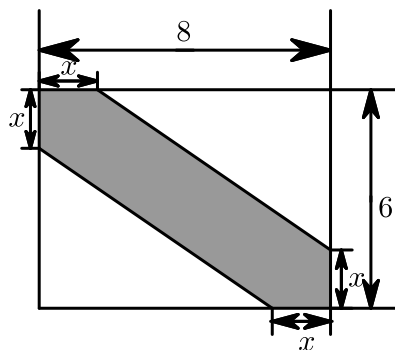
面积这部分中，阴影部分的面积可以利用两个方法：①整体减空白、②将阴影部分进行平移后的到相对完整的图形再求面积；利用墙面围篱笆这部分，一定要注意自变量的取值范围，涉及到开门问题不要忘记周长要加上门的长度。

🍌 举个“栗”子

栗子1

1. 2019~2020学年9月天津南开区天津市第二十五中学初三上学期月考第31题10分 ★★★

某景区内有一块矩形油菜花田地（数据如图示，单位： m ）现在其中修建一条观花道（图中阴影部分）供游人赏花。设改造后剩余油菜花地所占面积为 $y\text{m}^2$ 。



- (1) 求 y 与 x 的函数表达式。
- (2) 若改造后观花道的面积为 13m^2 ，求 x 的值。
- (3) 若要求 $0.5 \leq x \leq 1$ ，求改造后剩余油菜花地所占面积的最大值。

【备注】(1) 油菜花地面积为空白部分，直接利用三角形面积公式求解即可；
(2) 观花道面积为 13，则空白部分面积即可求出
(3) 求面积最大，即给定自变量范围求函数最值，先求出二次函数顶点式，
 $0.5 \leq x \leq 1$ 在对称轴左侧，开口向上离对称轴越远函数值越大，因此当 $x = 0.5$ 时，函数

有最大值

【答案】(1) $y = x^2 - 14x + 48 (0 < x < 6)$.

(2) x 的值为 1 .

(3) 41.25m^2 .

【解析】(1) $y = (8 - x)(6 - x)$

$$= x^2 - 14x + 48 (0 < x < 6) .$$

(2) 由题意得

$$x^2 - 14x + 48 = 48 - 13 ,$$

解得: $x_1 = 1$, $x_2 = 13$ (不合题意, 舍去) ,

答: x 的值为 1 .

(3) $y = x^2 - 14x + 48 = (x - 7)^2 - 1$,

当 $0.5 \leq x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小 ,

$\therefore$ 当 $x = 0.5$ 时, y 取得最大值 ,

$$y_{\text{最大}} = (0.5 - 7)^2 - 1 = 41.25 ,$$

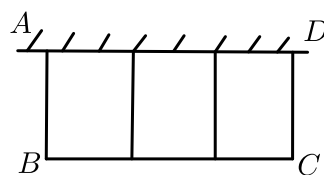
答: 改造后剩余油菜花地所占面积的最大值为 41.25m^2 .

【标注】【知识点】二次函数的几何问题

栗子2

2. 2017~2018学年10月天津南开区天津市南开翔宇学校初三上学期月考第23题 ★★

如图, 在一面靠墙的空地上用长为 24 米的篱笆, 围成中间隔有二道篱笆的长方形花圃, 设花圃的宽 AB 为 x 米, 面积为 S 平方米 .



(1) 求 S 与 x 的函数关系式及自变量的取值范围;

(2) 当 x 取何值时所围成的花圃面积最大, 最大值是多少?

(3) 若墙的最大可用长度为 8 米, 则求围成花圃的最大面积 .

【备注】(1) 解题时要注意中间隔着的两道篱笆也需要计算, 因此总的宽长共需要 $4x$, 即

$BC = 4x$; 自变量的取值范围利用 AB 、 BC 均大于 0 求解即可

(2) 二次函数对称轴为 $x = 3$, 在 $0 < x < 6$ 范围内, 因此在顶点处可取得最大值

(3) 墙的最大可用度为 8m , 因此需要计算自变量 x 的取值范围, 即可得到 $4 \leq x < 6$ 在对称轴的右侧, 开口向下离对称轴越远函数值越小, 因此当 $x = 4$ 时有最大值

【答案】(1) $S = -4x^2 + 24x (0 < x < 6)$.

(2) 36 .

(3) 32 .

【解析】(1) $\because AB = x, \therefore BC = 24 - 4x,$

$$\therefore S = AB \cdot BC = x(24 - 4x) = -4x^2 + 24x (0 < x < 6);$$

$$(2) S = -4x^2 + 24x = -4(x - 3)^2 + 36,$$

$\because 0 < x < 6, \therefore$ 当 $x = 3$ 时, S 有最大值为 36 ;

$$(3) \therefore \begin{cases} 24 - 4x \leq 8 \\ 24 - 4x > 0 \end{cases},$$

$$\therefore 4 \leq x < 6,$$

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时, 花圃的最大面积为 32 .

【标注】【知识点】二次函数的几何问题

栗子3

3. 2017~2018学年天津南开区初三上学期期中第23题10分 ★★★

某农场拟建一间矩形种牛饲养室, 饲养室的一面靠现有墙(墙足够长), 已知计划中的建筑材料可建围墙的总长为 50m . 设饲养室长为 $x(m)$, 占地面积为 $y(m^2)$.



(1) 如图 1 , 问饲养室长 x 为多少时, 占地面积 y 最大?

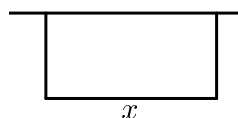


图 1

(2) 如图 2 , 现要求在图中所示位置留 2m 宽的门, 且仍使饲养室的占地面积最大, 小敏说: “只要饲养室长比 (1) 中的长多 2m 就行了.” 请你通过计算, 判断小敏的说法是否正确 .

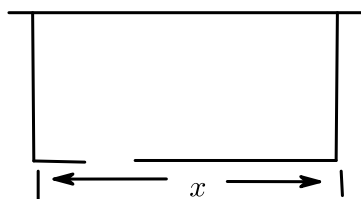


图 2

【备注】此题第(2)问需要注意的是开了一个 2m 的门, 因此在表示矩形长的时候这 2m 是不需要我们用建筑材料的, 所以矩形长一共需要 $x - 2$ 的建筑材料; 也可以换一个角度, 理解为建筑材料由原来的 50m, 转化为 52m

【答案】(1) 饲养室长 x 为 25m 时, 占地面积 y 最大.

(2) 小敏的说法不正确.

【解析】(1) $\because y = x \cdot \frac{50-x}{2} = -\frac{1}{2}(x-25)^2 + \frac{625}{2}$,

$\therefore$ 当 $x = 25$ 时, 占地面积最大,

即饲养室长 x 为 25m 时, 占地面积 y 最大.

(2) $\because y = x \cdot \frac{50-(x-2)}{2} = -\frac{1}{2}(x-26)^2 + 338$,

$\therefore$ 当 $x = 26$ 时, 占地面积最大,

即饲养室长 x 为 26m 时, 占地面积 y 最大.

$\because 26 - 25 = 1 \neq 2$,

$\therefore$ 小敏的说法不正确.

【标注】【知识点】二次函数的几何问题

二、利润问题

利润问题通常是先求两个变量之间的一次函数关系, 再求二次函数关系, 然后转化为二次函数的最值, 利用图象解决问题.

【注意】实际问题注意自变量的取值范围

常用公式:

- ① 销售额 = 销售单价 $\times$ 销售量;
- ② 总利润 = 销售额 - 总成本 = 每件利润 $\times$ 销售量;
- ③ 每件利润 = 销售单价 - 成本单价;
- ④ 利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{进价}} \times 100\%$.

【备注】利润问题中, 未知数的选取一定要注意, 设售价为 x 和设涨降价为 x 的函数解析式是不同的; 此外, 总销量通常来说都是一次函数, 讲解时可以先带领学生复习一次函数解析式. 求二次函数最值时一定要注意自变量的取值范围, 并不是所有的问题都能在对称轴处取得最大值, 要根据开口方向以及离对称轴的远近进行判断.

举个“栗子”

栗子4

4. 2020~2021学年天津南开区初三上学期期中第23题10分 ★★★

已知超市中某商品的进价为每件 20 元, 售价为每件 30 元, 每个月可卖出 180 件, 如果每件商品的售价每上涨 1 元, 则每个月就会少卖出 10 件, 但每件售价必须低于 34 元, 设每件商品的售价上涨 x 元 (

x 为非负整数)，每个月的销售利润为 y 元．

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围．
- (2) 利用函数关系式求出每件商品的售价为多少元时，每个月可获得最大利润？最大利润是多少？
- (3) 利用函数关系式求出每件商品的售价定为多少元时，每个月的利润恰好是1920元？这时每件商品的利润率是多少？

【备注】 (1) 此题为上涨 x 元，由每涨1元，销量减少10件可得，每涨 x 元，销量减少 $10x$ ，因此总销量 $= 180 - 10x$ ，总利润 $y = \text{单件利润} \times \text{总销量}$

(2) 先求出二次函数对称轴为 $x = 3$ ，在自变量范围内，因此在顶点处可取得最大值；要注意我们的 x 为上涨，题中问的是售价为多少

(3) 令 $y = 1920$ 解一元二次方程，注意 x 的取值范围

【答案】 (1) $y = -10x^2 + 80x + 1800$ ($0 \leq x < 4$ ，且 x 为整数)

(2) 每件售价为33元时，每个月可获得最大利润，最大利润是1950元．

(3) 60%．

【解析】 (1) 依题意， $y = (30 - 20 + x)(180 - 10x)$ ，

化简得， $y = -10x^2 + 80x + 1800$ ($0 \leq x < 4$ ，且 x 为整数)．

(2) 由(1)得， $y = -10x^2 + 80x + 1800 = -10(x - 4)^2 + 1960$ ，

$\because a = -10 < 0$ ，

$\therefore$ 当 $x < 4$ 时， y 随着 x 的增大而增大，

$\because 0 \leq x < 4$ ，且 x 为整数，

$\therefore$ 当 $x = 3$ 时， y 最大 $= -10(3 - 4)^2 + 1960 = 1950$ ．

故每件商品的售价为33元时，每个月可获得最大利润，最大利润是1950元．

(3) 由题意， $1920 = -10x^2 + 80x + 1800$ ，

整理得， $x^2 - 8x + 12 = 0$ ，解得 $x_1 = 2$ 或 $x_2 = 6$ ，

$\because 0 \leq x < 4$ ，且 x 为整数，

$\therefore x = 2$ ，

$\therefore$ 此时的售价为32元，则利润率为： $\frac{32 - 20}{20} \times 100\% = 60\%$ ．

故每件商品的售价为32元，每个月的利润恰好是1920元，这时每件商品的利润率是60%．

【标注】【知识点】二次函数的利润问题

俄罗斯世界杯足球赛期间，某商店销售一批足球纪念册，每本进价 40 元，规定销售单价不低于 44 元，且获利不高于 30%，试销售期间发现，当销售单价定为 44 元时，每天可售出 300 本，销售单价每上涨 1 元，每天销售量减少 10 本，现商店决定提价销售．设每天销售量为 y 本，销售单价为 x 元．

- (1) 请直接写出 y 与 x 之间的函数关系式和自变量 x 的取值范围．
- (2) 当每本足球纪念册销售单价是多少元时，商店每天获利 2400 元．
- (3) 将足球纪念册销售单价定为多少元时，商店每天销售纪念册获得的利润 w 元最大．最大利润是多少元．

【备注】 (1) 此题中 x 为销售单价，售价为 x 元时，意味着上涨 $x - 44$ 元，因此销量会减少 $300 - 10(x - 44)$ 件；自变量的取值范围计算式要注意“且获利不高于 30%”，即 $\frac{x - 40}{40} \leq 30\%$

(2) 获利 2400 元，即利润为 2400 元，总利润 = 单件利润 $\times$ 总销量

(3) 实际应用问题中不是所有的最大值都能在顶点处取得，此题二次函数对称轴为 $x = 57$ ，自变量范围在对称轴左侧，开口向下离对称轴越远函数值越小，当 $x = 52$ 时利润最大

【答案】 (1) $y = -10x + 740$ ($44 \leq x \leq 52$) ．

(2) 当每本足球纪念册销售单价是 50 元时，商店每天获利 2400 元．

(3) 将足球纪念册销售单价定为 52 元时，商店每天销售纪念册获得的利润 w 元最大，最大利润是 2640 元．

【解析】 (1) $y = 300 - 10(x - 44)$ ，
即 $y = -10x + 740$ ($44 \leq x \leq 52$) ．

(2) 根据题意得 $(x - 40)(-10x + 740) = 2400$ ，
解得： $x_1 = 50$ ， $x_2 = 64$ （舍去），

答：当每本足球纪念册销售单价是 50 元时，商店每天获利 2400 元．

(3) $w = (x - 40)(-10x + 740)$

$$= -10x^2 + 1140x - 29600$$

$$= -10(x - 57)^2 + 2890$$

当 $x < 57$ 时， w 随 x 的增大而增大，

而 $44 \leq x \leq 52$ ，

所以当 $x = 52$ 时， w 有最大值，最大值为： $-10(52 - 57)^2 + 2890 = 2640$ ，

答：将足球纪念册销售单价定为 52 元时，商店每天销售纪念册获得的利润 w 元最大，最大利润是 2640 元．

【标注】 【知识点】二次函数的利润问题

6. 2018~2019学年天津和平区耀华嘉诚国际中学初三下学期开学考试第22题 ★★★

水果店张阿姨以每斤 2 元价格购进某种水果若干斤，然后以每斤 4 元的价格出售，每天可售出 100 斤．通过调查发现，这种水果每斤的售价降低 0.1 元，每天可多售出 20 斤．为了保证每天至少售出 260 斤，张阿姨决定降价销售．

- (1) 若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 _____ 斤（用含 x 的代数式表示）．
(2) 销售这种水果要想每天盈利 300 元，张阿姨需将每斤的售价降低多少元？
(3) 当每斤的售价定为多少元时，每天获利最大？最大值为多少？

【备注】 此题要注意售价降低 0.1 元，销量上涨 20 斤可得，售价降低 x 元，销量上涨

$100 + 20 \times \frac{x}{0.1}$ 元，这部分会有部分学生不理解销售量怎样变化，可进一步让学生转化为每涨 1 元，销量增加 200 斤

【答案】 (1) $100 + 200x$

(2) 张阿姨需将每斤的售价降低 1 元．

(3) 当每斤的售价定为 3.2 元时，每天获利最大，最大值为 312 元．

【解析】 (1) 将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 $100 + \frac{x}{0.1} \times 20 = 100 + 200x$ (斤)．

故答案为： $100 + 200x$ ．

(2) 根据题意得： $(4 - 2 - x)(100 + 200x) = 300$ ，

解得： $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = 1$ ，

当 $x = \frac{1}{2}$ 时，销售量是 $100 + 200 \times \frac{1}{2} = 200 < 260$ ；

当 $x = 1$ 时，销售量是 $100 + 200 = 300$ (斤)．

$\therefore$ 每天至少售出 260 斤，

$\therefore x = 1$ ．

答：张阿姨需将每斤的售价降低 1 元．

(3) 设每斤的售价降低 x 元，每天获利为 y 元，

根据题意得：

$$y = (4 - 2 - x)(100 + 200x) = -200x^2 + 300x + 200 = -200\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{625}{2},$$

当 $x = \frac{3}{4}$ 时， $100 + 200x = 250 < 260$ ，

$\therefore$ 当 $x = 0.8$ 时，最大值为 312 元，

$4 - 0.8 = 3.2$ (元)．

答：当每斤的售价定为 3.2 元时，每天获利最大，最大值为 312 元．

【标注】 【知识点】二次函数的利润问题

三、拱桥问题

利用二次函数解决抛物线的隧道、大桥和拱门等实际问题时，要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上，从而确定抛物线所对应的函数解析式，通过解析式解决一些测量问题或其他问题。

【注意】构建二次函数模型时，**建立适当的平面直角坐标系**是关键。

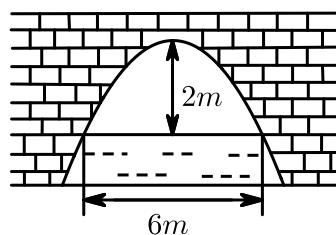
【备注】在解决抛物线形建筑问题时，首先要建立直角坐标系，一般建立坐标系时，一是不改变实际问题中抛物线的开口方向（如隧道、拱桥总是开口向下）；二是多以 y 轴为对称轴，至于 x 轴，通常以地平面、水平面或过顶点的直线为多，其基本原则是以解析式简单和便于计算为前提。

举个“栗”子

栗子7

7. 2019~2020学年9月天津和平区天津市兴南中学初三上学期月考（南开中学）第10题3分 ★★

如图，一抛物线型拱桥，当拱顶到水面的距离为 2m 时，水面宽度为 6m ，那么水位下降 1m 时，水面的宽度为（ ） m 。



A. $2\sqrt{6}$

B. $3\sqrt{6}$

C. $3\sqrt{10}$

D. 8

【备注】以抛物线顶点为坐标原点，建立平面直角坐标系，根据已知条件可得两个点坐标为 $(3, 2)$ ， $(3, -2)$ ，代入求出二次函数解析式；水面下降一米，即 $y = -3$ ，求出此时的横坐标即可得到水面宽度

注意：建系的方法不唯一

【答案】B

【解析】设抛物线解析式为： $y = ax^2$ ，把 $(3, -2)$ 代入得： $-2 = 9a$ ，

解得： $a = -\frac{2}{9}$ ，

∴ 抛物线解析式为 $y = -\frac{2}{9}x^2$ ，

把 $y = -3$ 代入得： $x = \pm \frac{3}{2}\sqrt{6}$ ，

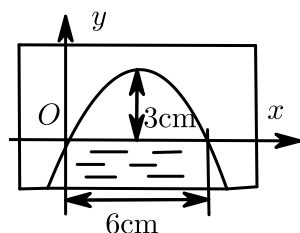
则水面的宽度是 $3\sqrt{6}$ 米。

故选 B。

【标注】【知识点】二次函数的通行问题

8. 2019~2020学年天津河东区初三上学期期中第22题8分 ★★★

如图是抛物线形的拱桥，当拱顶离水面 3m 时，水面宽 6m .



(1) 建立如图所示的平面直角坐标系，求抛物线的解析式 .

(2) 如果水面上升 1m，则水面宽度减少多少米？

【答案】(1) $y = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 3$ 或 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$.

(2) $(6 - 2\sqrt{6})m$.

【解析】(1) 由图可知，该抛物线顶点坐标为 $(3, 3)$ ，与 x 轴交点坐标为 $(6, 0)$.

设抛物线解析式为 $y = a(x-3)^2 + 3$ ，则 $0 = a \cdot (6-3)^2 + 3$ ， $a = -\frac{1}{3}$.

$\therefore y = -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 3$ 或 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$.

(2) 根据题意，水面上升 1m，则令 $y = 1$ ， $1 = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$ ，由韦达定理得：

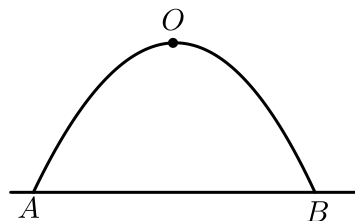
$x_1 - x_2 = 2\sqrt{6}$ ，此时水面宽为 $2\sqrt{6}$ ，水面宽减少为 $(6 - 2\sqrt{6})m$.

【标注】【知识点】二次函数的几何问题

栗子8

9. 2018~2019学年9月天津和平区天津市第一中学初三上学期月考第23题 ★★★

某隧道洞的内部截面顶部是抛物线形，现测得地面宽 $AB = 10m$ ，隧道顶点 O 到地面 AB 的距离为 5m .



(1) 建立适当的平面直角坐标系，并求该抛物线的解析式 .

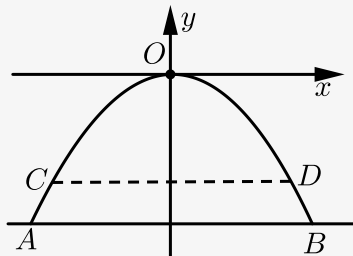
(2) 一辆小轿车长 4.5 米，宽 2 米，高 1.5 米，同样大小的小轿车通过该隧洞，最多能并排行驶多少辆？

【备注】 (2)中要注意小轿车的高为1.5米，是指到地面的高度，并不意味着在此平面直角坐标系中 $y = -1.5$ ，此时的 $y = -(5 - 1.5)$ ，代入解析式中求出横坐标然后判断范围

【答案】 (1) 画图见解析； $y = -\frac{1}{5}x^2 (-5 \leq x \leq 5)$.

(2) 最多能并排行驶4辆 .

【解析】 (1) 如图，以抛物线的顶点为坐标原点，对称轴为 y 轴，建立直角坐标系，



则 $O(0, 0)$, $B(5, -5)$.

设 $y = ax^2$,

$\because$ 抛物线经过 $(5, -5)$,

$$\therefore -5 = 25a ,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{5} ,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{5}x^2 (-5 \leq x \leq 5) .$$

(2) 当 $y = -5 + 1.5 = -3.5$ 时， $y = -3.5$ 与抛物线交于 C , D 两点，

$$-3.5 = -\frac{1}{5}x^2 ,$$

$$\text{解得 } x = \pm \frac{\sqrt{70}}{2} ,$$

$$\therefore C\left(-\frac{\sqrt{70}}{2}, 3.5\right) , D\left(\frac{\sqrt{70}}{2}, 3.5\right) ,$$

$$\therefore CD = \sqrt{70} .$$

$$\text{又} \because 8 < \sqrt{70} < 9 ,$$

$$\therefore 4 < \frac{CD}{2} < 4.5 ,$$

$\therefore$ 最多能并排行驶4辆 .

【标注】 【知识点】二次函数的通行问题

四、 轨迹问题

此题型将运动路线抽象为所给直角坐标系中的抛物线，正确地建立二次函数模型，准确地将已知数据转化为点的坐标，用待定系数法求出解析式，通过解析式解决一些测量问题或其他问题 .

 举个“栗子”

 栗子9

10. 2019~2020学年天津河北区天津外国语大学附属外国语学校初三上学期期末第14题3分 ★

已知飞机着陆后滑行距离 y (单位: m) 关于滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式是

$y = 60t - 1.5t^2$, 那么飞机着陆后滑行 _____ s 才能停下来.

【备注】 实际应用问题, 要使得飞机滑行后停下来, 意味着此时滑行的距离达到了最大值, 因此求出二次函数的顶点坐标, 即可得到时间

【答案】 20

【解析】 $\because y = 60t - \frac{3}{2}t^2 = -\frac{3}{2}(t - 20)^2 + 600$,

$\therefore$ 当 $t = 20$ 时, y 取得最大值 600,

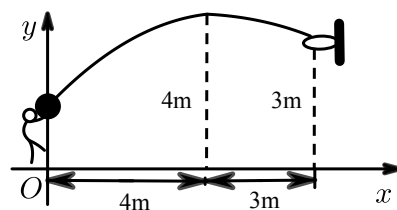
即飞机着陆后滑行 600 米才能停下来.

此时 $t = 20$, 飞机着陆后滑行 600 米才能停下来.

【标注】 【知识点】二次函数的其他实际问题

11. 2019~2020学年11月天津和平区天津市益中学校初三上学期月考第22题 ★★★

在一次篮球比赛中, 如图队员甲正在投篮, 已知球出手时离地面 $\frac{20}{9}$ m, 与篮圈中心的水平距离为 7 m, 球出手后水平距离为 4 m 时达到最大高度 4 m, 设篮球运行轨迹为抛物线, 篮圈距地面 3 m.



(1) 建立如图所示的平面直角坐标系, 问此球能否准确投中?

(2) 此时, 对方队员乙在甲面前 1 m 处跳起盖帽拦截, 已知乙的最大摸高为 3.1 m, 那么他能否获得成功?

【备注】 (2) 中, 乙在甲面前 1 m 处起跳, 即此时 $x = 1$, 代入解析式中求出此时的 y 与 3.1 比较大小即可

【答案】 (1) 此球能准确投中.

(2) 乙能盖帽成功.

【解析】 (1) 设抛物线的解析式为: $y = a(x - 4)^2 + 4$,

$\because$ 点 $(0, \frac{20}{9})$ 在此抛物线上,

$\therefore \frac{20}{9} = a(0 - 4)^2 + 4$,

解得: $a = -\frac{1}{9}$,

$\therefore y = -\frac{1}{9}(x - 4)^2 + 4$,

当 $x = 7$ 时, $y = -\frac{1}{9} \times (7 - 4)^2 + 4$, 得 $y = 3$,

即此球能准确投中.

$$(2) \text{ 当 } x=1 \text{ 时, } y = -\frac{1}{9}(1-4)^2 + 4 = 3,$$

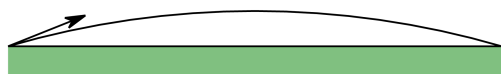
$$\because 3.1 > 3,$$

$\therefore$ 乙能盖帽成功.

【标注】【知识点】二次函数的轨迹问题

12. 2020~2021学年9月天津河北区天津市第二中学初三上学期月考第26题10分 ★★★

如图, 一小球沿与地面成一定角度的方向飞出, 小球的飞行路线是一条抛物线, 如果不考虑空气阻力, 小球的飞行高度 y (单位: m) 与飞行时间 x (单位: s) 之间具有函数关系 $y = -5x^2 + 20x$, 请根据要求解答下列问题:



(1) 在飞行过程中, 当小球的飞行高度为 15m 时, 飞行时间是多少?

(2) 在飞行过程中, 小球从飞出到落地所用时间是多少?

(3) 在飞行过程中, 小球飞行高度何时最大? 最大高度是多少?

【备注】(2): 飞出时 $y=0$, 落地时 $y=0$, 因此求解落地时间, 即为二次函数与 x 轴两个交点间的距离

【答案】(1) 1s 或 3s .

(2) 4s .

(3) 第 2s 时最大, 最大高度是 20m .

【解析】(1) 当 $y=15$ 时,

$$15 = -5x^2 + 20x,$$

$$\text{解得: } x_1 = 1, x_2 = 3,$$

答: 在飞行过程中, 当小球的飞行高度为 15m 时, 飞行时间是 1s 或 3s .

(2) 当 $y=0$ 时,

$$0 = -5x^2 + 20x,$$

$$\text{解得: } x_1 = 0, x_2 = 4,$$

$$\because 4 - 0 = 4,$$

$\therefore$ 在飞行过程中, 小球从飞出到落地所用时间是 4s .

$$(3) y = -5x^2 + 20x = -5(x-2)^2 + 20,$$

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, y 取得最大值, 此时, $y=20$,

答: 在飞行过程中, 小球飞行高度第 2s 时最大, 最大高度是 20m .

